CONCOURS EMIA – Sciences
CONCOURS CTA/SD option Scientifique
CONCOURS 2008
EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Corrigé **non officiel** rédigé par Jean-Guillaume CUAZ, enseignant au Lycée Militaire de Saint-Cyr , jgcuaz@hotmail.com

Exercice n°1 (6 points)

1. On considère le polynôme *P*(*z*) suivant : $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

«Démontrer que l'équation $P(z)=0$ admet une solution réelle z_1 »

On calcule $P(-1) = (-1)^3 - 3(-1)^2 + 3\times(-1) + 7 = -1 - 3 - 3 + 7 = 0$

$\boxed{\text{L'équation } P(z)=0 \text{ admet une solution réelle } z_1 = -1}$

« Déterminer un polynôme $Q(z)$ tel que $P(z)=(z-z_1)Q(z)$ »

Pour assurer l'égalité $P(z)=(z-z_1)Q(z)$, il est nécessaire que le polynôme $Q(z)$ soit de degré 2.

On cherche donc trois réels *a*,*b*, et *c* tels que $P(z)=(z-z_1)Q(z) =(z+1)(az^2+bz+c)$

On développe :

Pour tout $z \in \mathbb{C}$, $(z+1)(az^2+bz+c) = az^3 + bz^2 + cz + az^2 + bz + c = az^3 + (a+b)z^2 + (b+c)z + c$

On procède à l'identification des coefficients :

$P(z) = (z+1)(az^2+bz+c) \Leftrightarrow z^3 - 3z^2 + 3z + 7 = az^3 + (a+b)z^2 + (b+c)z + c$, ce qui nous fournit le système :

$$\begin{cases} a = 1 \\ a+b = -3 \\ b+c = 3 \\ c = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 7 \end{cases}$$

Ainsi, $\boxed{P(z) = (z+1)(z^2 - 4z + 7)}$

« Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z)=0$ »

$P(z) = 0 \Leftrightarrow (z+1)(z^2 - 4z + 7) = 0 \Leftrightarrow z+1 = 0$ ou $z^2 - 4z + 7 = 0$

On résout l'équation $z^2 - 4z + 7 = 0$ en calculant son discriminant :

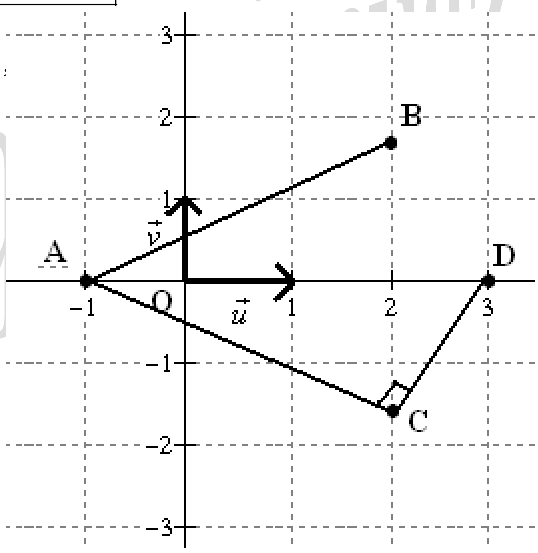
$\Delta = (-4)^2 - 4\times1\times7 = 16 - 28 = -12 = \left(2\sqrt{3}i\right)^2$

L'équation $z^2 - 4z + 7 = 0$ admet donc deux solutions complexes conjuguées :

$z_2 = \dfrac{4 - 2\sqrt{3}i}{2} = 2 - i\sqrt{3}$ et $z_3 = \dfrac{4 + 2\sqrt{3}i}{2} = 2 + i\sqrt{3}$.

L'ensemble des solutions de l'équation $P(z)=0$ est donc $\boxed{S = \left\{-1; 2 - i\sqrt{3}; 2 + i\sqrt{3}\right\}}$

2.Dans le plan complexe (*P*) muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$,
on considère les points *A*,*B*,*C* et *D* d'affixes respectives :
$z_A = -1$; $z_B = 2 + i\sqrt{3}$; $z_C = 2 - i\sqrt{3}$; $z_D = 3$



« Placer sur une figure les points *A*,*B*,*C* et *D*. »
On place les quatre points grâce à leurs coordonnées cartésiennes.
Ainsi A(-1 ;0) , $B\left(2;\sqrt{3}\right)$, $C\left(2;-\sqrt{3}\right)$ et D(3 ;0)

« Quelle est la nature du triangle *ABC* ? Justifier votre réponse. »

On calcule successivement : $AB=\left|z_B-z_A\right|=\left|2+i\sqrt{3}-(-1)\right|=\left|3+i\sqrt{3}\right|=\sqrt{3^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

puis $AC=\left|z_C-z_A\right|=\left|2-i\sqrt{3}-(-1)\right|=\left|3-i\sqrt{3}\right|=\sqrt{3^2+\left(-\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$,

et enfin $BC=\left|z_C-z_B\right|=\left|2-i\sqrt{3}-\left(2+i\sqrt{3}\right)\right|=\left|-2i\sqrt{3}\right|=2\sqrt{3}$

Puisque AB=AC=BC, on peut conclure que $\boxed{\text{le triangle ABC est équilatéral}}$.

« Calculer le complexe $\dfrac{z_C-z_A}{z_C-z_D}$ »

$$\frac{z_C-z_A}{z_C-z_D}=\frac{2-i\sqrt{3}-(-1)}{2-i\sqrt{3}-3}=\frac{3-i\sqrt{3}}{-1-i\sqrt{3}}=\frac{\left(3-i\sqrt{3}\right)\left(-1+i\sqrt{3}\right)}{\left(-1-i\sqrt{3}\right)\left(-1+i\sqrt{3}\right)}=\frac{-3+3\sqrt{3}i+i\sqrt{3}-i^2\left(\sqrt{3}\right)^2}{(-1)^2-\left(i\sqrt{3}\right)^2}=\frac{-3+3+4\sqrt{3}i}{1+3}\boxed{=\sqrt{3}i}$$

« Quelle est la nature du triangle *DAC* ? »

Puisque $\dfrac{z_C-z_A}{z_C-z_D}=\sqrt{3}i$, on en déduit que $\arg\left(\dfrac{z_C-z_A}{z_C-z_D}\right)=\arg\left(\sqrt{3}i\right)\ [2\pi]$, c'est-à-dire $\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{AC}\right)=\dfrac{\pi}{2}\ [2\pi]$, ou encore $\left(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CA}\right)=\dfrac{\pi}{2}\ [2\pi]$, ce qui prouve que $\boxed{\text{le triangle } DAC \text{ est rectangle en C}}$

Exercice n°2 (10 points)

1. Soit $q\in\mathbb{R}$, $q\neq 1$. On pose $a_n=1+q+q^2+....+q^n$, pour tout $n\in\mathbb{N}$.

« Démontrer que, pour tout $n\in\mathbb{N}$, $a_n=\dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$. »

Pour tout $q\neq 1$, on calcule :

$$a_n\times(1-q)=\left(1+q+q^2+....+q^n\right)\times(1-q)=1+q+q^2+....+q^n-q-q^2-....-q^{n+1}\boxed{=1-q^{n+1}}$$

En divisant pas 1-*q*, qui est non nul (puisque $q\neq 1$), on obtient bien $a_n=\dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$

« On suppose que $|q|<1$. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}a_n$ »

Si $|q|<1$, c'est-à-dire si $-1<q<1$, on a alors $\lim\limits_{n\to+\infty}q^n=0$, ainsi que $\lim\limits_{n\to+\infty}q^{n+1}=0$, donc $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty}a_n=\dfrac{1}{1-q}}$

2. Soit *f* la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{x^2+1}{2x-1}$, pour tout $x\in\left]\dfrac{1}{2};+\infty\right[$.

On note (*C*) la courbe représentative de la fonction *f* dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

« Résoudre l'équation *f*(*x*)=*x* dans $\left]\dfrac{1}{2};+\infty\right[$. On note par ϕ la racine de cette équation. »

Pour tout $x\in\left]\dfrac{1}{2};+\infty\right[$, $f(x)=x\Leftrightarrow\dfrac{x^2+1}{2x-1}=x\Leftrightarrow x^2+1=x(2x-1)\Leftrightarrow x^2+1=2x^2-x\Leftrightarrow x^2-x-1=0$

On calcule le discriminant de l'équation : $\Delta=(-1)^2-4\times1\times(-1)=5$

L'équation admet donc deux solutions réelles : $x_1=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ et $x_2=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. Parmi ces deux solutions, une seule appartient à $\left]\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ (en effet x_1<0). Ainsi $\boxed{\phi=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}}$

jgcuaz@hotmail.com

« Déterminer le tableau de variations de *f*. »

La fonction *f* est dérivable sur $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ en tant que fraction rationnelle définie sur $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$, et pour tout $x\in\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$, puisque $f(x)=\frac{u(x)}{v(x)}$ où $u(x)=x^2+1\Rightarrow u'(x)=2x$ et $v(x)=2x-1\Rightarrow v'(x)=2$, on aura :

$$f'(x)=\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{(v(x))^2}=\frac{2x(2x-1)-(x^2+1)\times 2}{(2x-1)^2}=\frac{4x^2-2x-2x^2-2}{(2x-1)^2}=\frac{2x^2-2x-2}{(2x-1)^2}=\frac{2(x^2-x-1)}{(2x-1)^2}$$

Puisque pour tout $x\in\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$, $(2x-1)^2>0$, le signe de $f'(x)$ sera identique à celui de x^2-x-1.

Dans la question précédente, nous avons déjà résolu l'équation $x^2-x-1=0$ (sur $\mathbb{R}$ et en particulier sur $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$).

Nous avons trouvé deux solutions réelles $x_1=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ et $x_2=\phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

D'après la règle du signe d'un trinôme, le signe de l'expression x^2-x-1 donc de $f'(x)$ est donné sur $\mathbb{R}$ par :

x	$-\infty$		$x_1=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$		$x_2=\phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
x^2-x-1		$+$	0	$-$	0	$+$	

En particulier, le signe de $f'(x)$ sur $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ est donc :

x	$\frac{1}{2}$		$x_2=\phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

On en déduit que : *f* est strictement décroissante sur $\left]\frac{1}{2};\phi\right]$ et strictement croissante sur $[\phi;+\infty[$

« Démontrer que la droite (*D*) d'équation $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}$, est asymptote à (*C*) en $+\infty$ »

Pour tout $x\in\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$, on calcule la différence :

$$f(x)-\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\right)=\frac{x^2+1}{2x-1}-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}=\frac{x^2+1}{2x-1}-\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\right)$$

$$=\frac{x^2+1}{2x-1}-\frac{2x-1}{4}=\frac{4(x^2+1)}{4(2x-1)}-\frac{(2x-1)(2x-1)}{4(2x-1)}$$

$$=\frac{4x^2+4}{4(2x-1)}-\frac{4x^2-1}{4(2x-1)}=\frac{5}{4(2x-1)}$$

Puisque $\lim\limits_{x\to+\infty}2x-1=+\infty$, en en conclut, par produit et quotient, que $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{5}{4(2x-1)}=0$, c'est-à-dire que

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)-\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\right)=0$, ce qui prouve que la droite (*D*) d'équation $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}$, est asymptote à (*C*) en $+\infty$

« Tracer la courbe (C) et la droite (D) dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ (on prendra 2 cm pour unité). »

Afin de réaliser un tracé précis, on remarque que :

$\lim\limits_{x \xrightarrow{>} \frac{1}{2}} = 2x-1=0^+$ et $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} x^2+1=\frac{5}{4}$, donc par quotient $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} \frac{1}{2}} f(x)=+\infty$, ce qui prouve que la droite d'équation $x=\frac{1}{2}$ est asymptote verticale à la courbe (C).

f atteint son minimum lorsque $x=\phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\approx 1,6$.

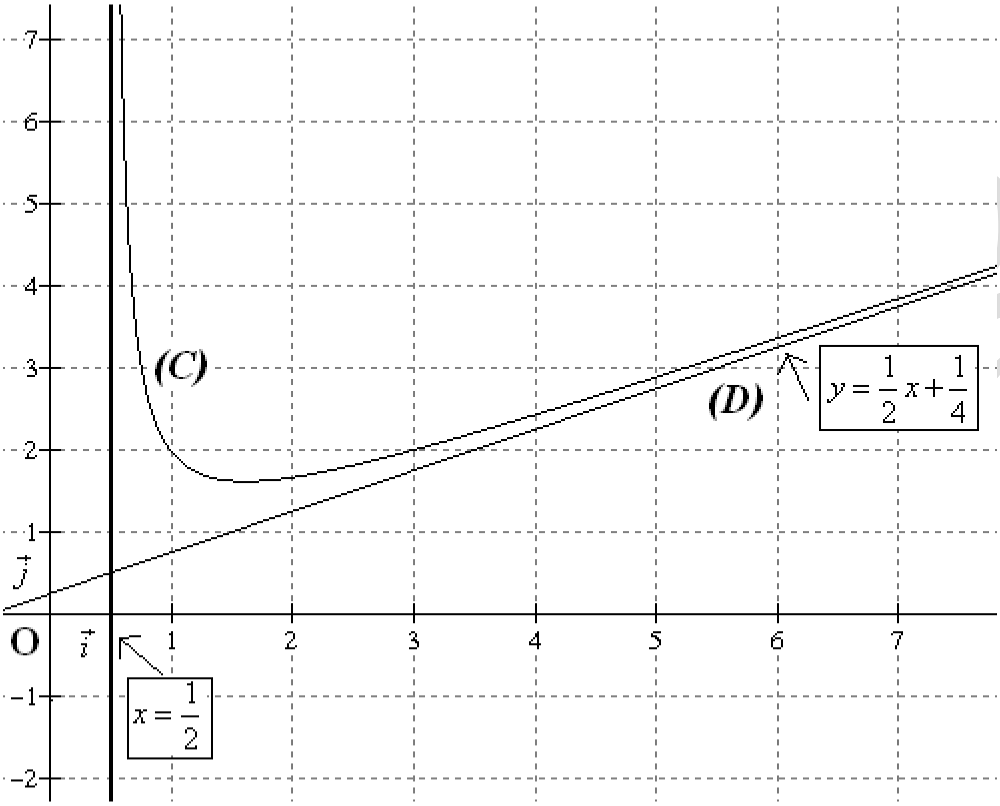
Elle y croise alors la droite d'équation $y=x$, c'est-à-dire que : $f(\phi)=\phi$

Le calcul de quelques valeurs remarquables fournit :

x	1	2	3	4
$f(x)=\frac{x^2+1}{2x-1}$	$f(1)=\frac{1^2+1}{2\times1-1}=2$	$f(2)=\frac{2^2+1}{2\times2-1}=\frac{5}{3}$	$f(3)=\frac{3^2+1}{2\times3-1}=\frac{10}{5}=2$	$f(4)=\frac{4^2+1}{2\times4-1}=\frac{17}{7}\approx 2,4$

Enfin, on trace l'asymptote oblique (D) d'équation $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}$

Le tracé de la courbe (C) et la droite (D) dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ donne donc :



3. On considère la suite récurrente $(u_n)_n$ définie par : $u_0=2$ et $u_{n+1}=f(u_n)$, pour tout $n\in\mathbb{N}$.

« Démontrer que $\phi\le u_n\le 2$, pour tout $n\in\mathbb{N}$. »

Notons $P(n)$ la propriété « $\phi\le u_n\le 2$ » et montrons par récurrence que la propriété $P(n)$ est vraie pour tout $n\in\mathbb{N}$

<u>Initialisation :</u>

La propriété est vraie pour n=0 car $u_0=2>\phi$ (rappel $\phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\approx 1,6$) et, par définition $u_0\le 2$

<u>Hérédité</u>

Supposons la propriété $P(k)$ vérifiée pour un certain entier $k\in\mathbb{N}$, c'est-à-dire $\phi\le u_k\le 2$.

Puisque f est strictement croissante sur $[\phi;+\infty[$, on a donc $f(\phi)\le f(u_k)\le f(2)$.

 jgcuaz@hotmail.com

Mais puisque $f(\phi)=\phi$ et $f(2)=\frac{5}{3}\leq 2$, on obtient $\phi\leq f(u_k)\leq 2$, c'est-à-dire $\phi\leq u_{k+1}\leq 2$, qui est la propriété $P(k+1)$. Ainsi $P(k)\Rightarrow P(k+1)$, ce qui achève la phase d'hérédite et la démonstration par récurrence.

En conclusion, la propriété $P(n)$ est vraie pour tout $n\in\mathbb{N}$, c'est-à-dire : Pour tout $n\in\mathbb{N}$, $\phi\leq u_n\leq 2$

« Démontrer que $(u_n)_n$ est une suite monotone. »

Démontrons que la suite $(u_n)_n$ est strictement décroissante, c'est-à-dire que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_{n+1}<u_n$.

Pour cela, notons $P(n)$ la propriété « $u_{n+1}<u_n$ » et montrons par récurrence que la propriété $P(n)$ est vraie pour tout $n\in\mathbb{N}$.

Initialisation :

La propriété est vraie pour n=0 car $u_1=f(u_0)=f(2)=\frac{5}{3}<2$ donc $u_1<u_0$

Hérédité

Supposons la propriété $P(k)$ vérifiée pour un certain entier $k\in\mathbb{N}$, c'est-à-dire $u_{k+1}<u_k$.

Puisque f est strictement croissante sur $[\phi;+\infty[$, et puisque $\phi\leq u_{k+1}<u_k$ (cf question précédente), l'inégalité $u_{k+1}<u_k$ entraine $f(u_{k+1})<f(u_k)$, c'est-à-dire $u_{k+2}<u_{k+1}$, qui est la propriété $P(k+1)$.

Ainsi $P(k)\Rightarrow P(k+1)$, ce qui achève la phase d'hérédite et la démonstration par récurrence.

En conclusion, la propriété $P(n)$ est vraie pour tout $n\in\mathbb{N}$, c'est-à-dire : Pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_{n+1}<u_n$.

$\boxed{\text{La suite } (u_n)_n \text{ est strictement décroissante}}$

« En déduire que $(u_n)_n$ est une suite convergente. »

La suite $(u_n)_n$ est strictement décroissante et minorée par ϕ. Elle converge donc.

« Montrer que, pour tout $n\in\mathbb{N}$, on a $0\leq u_{n+1}-\phi\leq\frac{1}{2}(u_n-\phi)^2$ »

Puisqu'on a montré que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $\phi\leq u_n$, on aura : pour tout $n\in\mathbb{N}$, $\boxed{0\leq u_{n+1}-\phi}$. Le côté gauche de l'encadrement est ainsi démontré.

Pour démontrer le côté droit, calculons, pour tout $n\in\mathbb{N}$:

$$u_{n+1}-\phi=\frac{u_n^2+1}{2u_n-1}-\phi=\frac{u_n^2+1}{2u_n-1}-\frac{\phi(2u_n-1)}{2u_n-1}=\frac{u_n^2+1-2\phi u_n+\phi}{2u_n-1}$$

Mais puisque ϕ est solution de l'équation $x^2-x-1=0$, on a $\phi^2-\phi-1=0\Leftrightarrow 1+\phi=\phi^2$

Le calcul précédent devient donc $u_{n+1}-\phi=\frac{u_n^2-2\phi u_n+\phi^2}{2u_n-1}=\frac{(u_n-\phi)^2}{2u_n-1}$

Enfin, puisque pour tout $n\in\mathbb{N}$, $\phi\leq u_n$, on a donc $u_n\geq 1{,}5$ (rappel $\phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\approx 1{,}6$) donc $2u_n-1\geq 2\times 1{,}5-1$, c'est-à-dire $2u_n-1\geq 2$ donc $\frac{1}{2u_n-1}\leq\frac{1}{2}$. En multipliant par $(u_n-\phi)^2$ qui est une quantité positive, on obtient donc $\frac{(u_n-\phi)^2}{2u_n-1}\leq\frac{1}{2}\times(u_n-\phi)^2$, c'est-à-dire $\boxed{u_{n+1}-\phi\leq\frac{1}{2}(u_n-\phi)^2}$. CQFD

 jgcuaz@hotmail.com

« Calculer la limite de la suite $(u_n)_n$ »

Notons $P(n)$ la propriété « $\boxed{0 \le u_n - \phi \le \frac{1}{2^{2^n-1}}(2-\phi)^{2^n}}$ et démontrons par récurrence que $P(n)$ est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

<u>Initialisation :</u> Puisque $\frac{1}{2^{2^0-1}} = \frac{1}{2^{1-1}} = \frac{1}{2^0} = 1$, $(2-\phi)^{2^0} = (2-\phi)^1 = 2-\phi$, et $u_0 = 2$, l'égalité $0 \le u_0 - \phi \le \frac{1}{2^{2^0-1}}(2-\phi)^{2^0} \Leftrightarrow 0 \le u_0 - \phi \le 2-\phi$ est donc vraie. Ainsi, la propriété $P(0)$ est vraie.

<u>Hérédite :</u>

Supposons la propriété $P(k)$ vraie pour un certain entier $k \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $0 \le u_k - \phi \le \frac{1}{2^{2^k-1}}(2-\phi)^{2^k}$

Puisque $0 \le u_{k+1} - \phi \le \frac{1}{2}(u_k - \phi)^2$ (question précédente), on aura alors $0 \le u_{k+1} - \phi \le \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2^{2^k-1}}(2-\phi)^{2^k}\right)^2$, c'est-à-dire $0 \le u_{k+1} - \phi \le \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2^{2^k-1}}\right)^2 (2-\phi)^{2^k \times 2}$, ou encore $0 \le u_{k+1} - \phi \le \frac{1}{2} \times \frac{1}{2^{2^k \times 2-2}}(2-\phi)^{2^{k+1}}$, c'est-à-dire $0 \le u_{k+1} - \phi \le \frac{1}{2^{2^{k+1}-1}}(2-\phi)^{2^{k+1}}$, qui est la propriété $P(k+1)$

Ainsi $P(k) \Rightarrow P(k+1)$, ce qui achève la phase d'hérédite et la démonstration par récurrence.

En conclusion, la propriété $P(n)$ est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\boxed{0 \le u_n - \phi \le \frac{1}{2^{2^n-1}}(2-\phi)^{2^n}}$.

Puisque $\lim_{n \to +\infty} 2^n - 1 = +\infty$, on obtiendra successivement $\lim_{n \to +\infty} 2^{2^n-1} = +\infty$ donc $\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{2^{2^n-1}} = 0$.

Puisque $-1 < 2-\phi < 1$ (rappel $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}6$) et puisque $\lim_{n \to +\infty} 2^n = +\infty$, on aura $\lim_{n \to +\infty} (2-\phi)^{2^n} = 0$.

Par produit, on obtiendra donc $\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{2^{2^n-1}}(2-\phi)^{2^n} = 0$, et puisque $0 \le u_n - \phi \le \frac{1}{2^{2^n-1}}(2-\phi)^{2^n}$, le théorème des gendarmes nous permet de conclure que $\lim_{n \to +\infty} u_n - \phi = 0$, c'est-à-dire que $\boxed{\lim_{n \to +\infty} u_n = \phi}$

Exercice n°3 (4 points)

Notons E_1 , E_2 et E_3 les événements :

E_1 «le signal (E) passe par le canal (1) ».

E_2 «le signal (E) passe par le canal (2) ».

E_3 «le signal (E) passe par le canal (3) ».

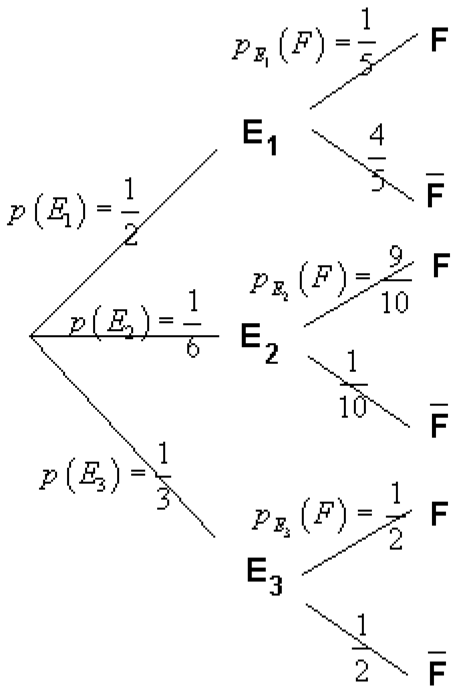
L'énoncé nous fournit les probabilités $p(E_1) = \frac{1}{2}$, $p(E_2) = \frac{1}{6}$ et $p(E_3) = \frac{1}{3}$

Si on note F l'événement « le signal franchit le coupe-circuit aléatoire (C.C.I) »,

L'énoncé nous fournit les probabilités $p_{E_1}(F) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$, $p_{E_2}(F) = \frac{9}{10}$ et $p_{E_3}(F) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

On peut donc en déduire les probabilités $p_{E_1}(\overline{F}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$, $p_{E_2}(\overline{F}) = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$ et $p_{E_3}(\overline{F}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$,

et dresser l'arbre de probabilités suivant :



1. D'après la formule des probabilités totales, appliquée au système complet d'événements $(E_1;E_2;E_3)$, on calcule :

$$p(F) = p(E_1 \cap F) + p(E_2 \cap F) + p(E_3 \cap F)$$
$$= p(E_1) \times p_{E_1}(F) + p(E_2) \times p_{E_2}(F) + p(E_3) \times p_{E_3}(F)$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \times \frac{9}{10} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{10} + \frac{3}{20} + \frac{1}{6} = \frac{6}{60} + \frac{9}{60} + \frac{10}{60} = \frac{25}{60}$$
$$= \boxed{\frac{5}{12}}$$

La probabilité que le signal (*E*) sorte du système (Σ) est donc égale à $\frac{5}{12}$

2. Sachant que le signal est sorti de (Σ), quelle est la probabilité qu'il soit passé par le canal (2) ?

On cherche à déterminer $p_F(E_2)$

On applique la formule des probabilités conditionnelles :

$$p_F(E_2) = \frac{p(F \cap E_2)}{p(F)} = \frac{p(E_2 \cap F)}{p(F)} = \frac{p(E_2) \times p_{E_2}(F)}{p(F)} = \frac{\frac{1}{6} \times \frac{9}{10}}{\frac{5}{12}} = \frac{3}{20} \times \frac{12}{5} = \boxed{\frac{9}{25}}$$

Sachant que le signal est sorti de (Σ), la probabilité qu'il soit passé par le canal (2) vaut donc $\frac{9}{25}$

<u>Fin du corrigé</u>

jgcuaz@hotmail.com