CONCOURS D'ADMISSION
A
L'ÉCOLE MILITAIRE INTERARMES
ET AUX
ECOLES DE FORMATION DES OFFICIERS
DES CORPS TECHNIQUES ET ADMINISTRATIFS
DE L'ARMEMENT, DE L'ARMEE DE TERRE,
DU SERVICE DE SANTE DES ARMEES ET
DU SERVICE DES ESSENCES DES ARMEES
(RECRUTEMENT SEMI-DIRECT)
EN 2007

CONCOURS E.M.I.A.
SCIENCES ECONOMIQUES ET SOCIALES

CONCOURS C.T.A./S.D. SCIENCES HUMAINES OPTION SCIENCES ECONOMIQUES ET SOCIALES

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

(EMIA : coefficient 10 - CTA : coefficient 16)
Durée : 3 heures
Jeudi 01 février 2006 de 14h00 à 17h00

L'usage de la calculatrice est interdit.

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction, de la clarté et de la précision des raisonnements.

Papier millimétré obligatoire pour l'exercice n°3.

EXERCICE I

1. Développer l'expression

$$A(x) = (x-3)(x+1)$$

2. Résoudre les équations suivantes :
   (a) $e^{3x} - 2e^{2x} - 3e^{x} = 0$
   (b) $3^{x^3-3x-1} = 3^{2x^2-1}$
   (c) $\ln(x^3 - 3x) = \ln(2x^2)$
   (d) $\ln(x^3 - 3x + 1) = \ln(2x^2 + 1)$
   (e) $2\ln(1-x) + \ln(x+2) = \ln(x^2+1) + \ln 2$
   (f) $2\ln(x-1) + \ln(x+2) = \ln(2x^2+2)$

EXERCICE II

On dispose de deux urnes. Il y a initialement dans la première une boule noire et deux boules blanches et dans la seconde deux boules noires et trois boules blanches.
On suppose que à chaque tirage chacune des boules présentes dans l'urne a la même probabilité d'être tirée.

1. Pour une première expérience on tire une boule dans la première urne et on la place dans la seconde urne. Puis on tire une boule dans la seconde urne.
   On notera N_1 l'événement *la boule tirée de la première urne est noire* et N_2 l'événement *la boule tirée de la seconde urne est noire*; les autres événements utilisés seront précisés avec soin.
   (a) déterminer la probabilité que la boule tirée de la deuxième urne soit noire
   (b) déterminer la probabilité que la boule tirée de la première urne soit noire sachant que la boule tirée de la deuxième urne est noire

   après remise de la boule tirée de la deuxième urne en place on tire à nouveau une boule dans cette deuxième urne
   (a) déterminer la probabilité que cette nouvelle boule tirée soit noire.
   (b) déterminer la probabilité que les deux boules tirées de la deuxième urne aient été noires
   (c) déterminer la probabilité que la deuxième boule tirée de la deuxième urne soit noire sachant que la première tirée de la même urne avait été noire
2. On fait quatre fois l'expérience suivante :
   à partir du dispositif initial on tire une boule dans la première urne que l'on place dans la seconde, puis on tire une boule dans la seconde; on remet le dispositif initial en place.On dit que l'expérience est un succès si les deux boules tirées sont noires.
   Déterminer la probabilité d'observer exactement deux succès.

EXERCICE III

On teste dix candidats à un jeu électronique et on note pour chaque candidat i le nombre de tentatives t_i ainsi que le score maximum obtenu s_i
On a le tableau suivant :

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_i	12	20	16	24	8	26	22	30	24	18
s_i	26	47	26	54	5	82	40	61	47	12

1. Tracer sur papier millimétré le nuage des points associés à ces deux séries statistiques. (Le choix des échelles, qui sera justifié, entrera pour une part importante dans la notation.)
2. Déterminer le point moyen, on le reportera sur le graphique.
3. Déterminer l'équation de la droite des moindres carrés, on la reportera sur la graphique en justifiant la construction.

On pourra remarquer :

$\sum_{i=1}^{10} i$	$\sum_{i=1}^{10} t_i$	$\sum_{i=1}^{10} s_i$	$\sum_{i=1}^{10} t_i^2$	$\sum_{i=1}^{10} s_i^2$	$\sum_{i=1}^{10} t_i s_i$
55	200	400	4400	20900	9190

EXERCICE IV

1. Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = (\ln(x))^2$ Déterminer la dérivée f' de f
2. Soit la fonction g définie par
$$g(x) = \frac{(\ln(|x|))^2}{x}$$
Déterminer D son domaine de définition, étudier sa parité éventuelle et les limites aux bornes du domaine de définition.
Calculer pour tout x de D la dérivée g' de g (si elle existe !)
3. Etudier, suivant les valeurs de x, le signe de g' , déterminer les extrema de la fonction et en déduire le tableau de variation de g
4. Soit e le réel tel que $\ln e = 1$et soit $a = e^2$
Calculer
$$\int_1^a g(x)\,dx$$
5. Donner en fonction de m le nombre de solutions positives de l'équation $g(x) = m$