

CONCOURS D'ADMISSION
A
L'ÉCOLE MILITAIRE INTERARMES
ET AUX
ÉCOLES DE FORMATION DES OFFICIERS
DES CORPS TECHNIQUES ET ADMINISTRATIFS
DE L'ARMEMENT, DE L'ARMÉE DE TERRE,
DU SERVICE DE SANTÉ DES ARMÉES ET
DU SERVICE DES ESSENCES DES ARMÉES
(RECRUTEMENT SEMI-DIRECT)
EN 2005

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES
OPTION SCIENCES ÉCONOMIQUES ET SOCIALES

(EMIA : coefficient 10 - CTA : coefficient 16)

Durée : 3 heures

Lundi 24 janvier 2005 de 14h00 à 17h00

L'usage de la calculatrice est interdit.

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction, de la clarté et de la précision des raisonnements.

Exercice I

On a fait passer à dix candidats deux batteries de tests et on a noté les résultats dans le tableau suivant :

| i | x_i | y_i |
|-----|-------|-------|
| 1 | 62 | 74 |
| 2 | 70 | 83 |
| 3 | 66 | 68 |
| 4 | 74 | 89 |
| 5 | 58 | 65 |
| 6 | 80 | 98 |
| 7 | 72 | 80 |
| 8 | 76 | 86 |
| 9 | 74 | 83 |
| 10 | 68 | 74 |

i est le numéro du candidat, x_i est la note du candidat i au premier test et y_i celle obtenue par le même candidat au second test.

1. Tracer le nuage des points associé à la série statistique des deux notes. (on fera le tracé sur papier millimétré, le choix des échelles et des translations éventuelles entrera pour une part importante dans la notation)
2. Déterminer le point moyen ; on le reportera sur le graphique.
3. Déterminer l'équation de la droite des moindres carrés ; on reportera cette droite sur le graphique.

Remarque : on donne :

| | |
|---------------------------|--------|
| $\sum_{i=1}^{10} i$ | =55 |
| $\sum_{i=1}^{10} x_i$ | =700 |
| $\sum_{i=1}^{10} y_i$ | =800 |
| $\sum_{i=1}^{10} x_i^2$ | =49400 |
| $\sum_{i=1}^{10} y_i^2$ | =64900 |
| $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i$ | =56552 |

Exercice II

Pour chacune des équations suivantes déterminer le (ou les) réel x solution :

1.

$$e^{x-1} = e^{2x-1}$$

2.

$$\ln \left(\frac{x-1}{2x-1} \right) = 0$$

3.

$$\ln \left| \frac{x-1}{2x-1} \right| = 0$$

4. $\ln(x - 1) = \ln(2x - 1)$
5. $\ln|x - 1| = \ln(2x - 1)$
6. $\ln|x - 1| = \ln|2x - 1|$

Exercice III

Une machine fabrique des microprocesseurs ; dans la production 20% sont défectueux.

1. Déterminer la probabilité que dans un lot de trois microprocesseurs issus de cette machine il y en ait au moins deux qui fonctionnent. (On fera l'hypothèse d'indépendance nécessaire que l'on formulera clairement).
2. Pour améliorer la fiabilité du produit fini, à la sortie de la machine on fait un test ; un produit bon est accepté avec une probabilité de 0,9 et un produit mauvais est refusé avec une probabilité de 0,6.
 - (a) Quelle est la probabilité qu'un microprocesseur sortant de la machine soit accepté ?
 - (b) Quelle est la probabilité qu'un microprocesseur accepté soit bon ?

Exercice IV

Soient les applications f et g définies par :

$$f(x) = e^x + e^{-x} \quad \text{et} \quad g(x) = e^x - e^{-x}$$

1. Déterminer les domaines de définition de f et g ainsi que leur parité éventuelle.
2. Déterminer les limites aux bornes du domaine d'étude de chacune des fonctions f et g .
3. Déterminer les dérivées des fonctions f et g ; en déduire leur tableau de variations.
4. Calculer , a étant un réel quelconque :

$$[f(a)]^2 - [g(a)]^2$$

5. Exprimer pour a et b deux réels, en fonction de $g(a + b)$:

$$f(a)g(b) + g(a)f(b)$$