CONCOURS D'ADMISSION

À

L'ÉCOLE MILITAIRE INTERARMES

ET AUX

ÉCOLES DE FORMATION DES OFFICIERS

DES CORPS TECHNIQUES ET ADMINISTRATIFS

DE L'ARMEMENT, DE L'ARMÉE DE TERRE,

DU SERVICE DE SANTÉ DES ARMÉES ET

DU SERVICE DES ESSENCES DES ARMÉES

(RECRUTEMENT SEMI-DIRECT)

EN 2009

CONCOURS E.M.I.A.
SCIENCES ÉCONOMIQUES ET SOCIALES

CONCOURS C.T.A./S.D. SCIENCES HUMAINES
OPTION SCIENCES ÉCONOMIQUES ET SOCIALES

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

(EMIA : coefficient 10 - CTA : coefficient 16)

Durée : 3 heures

Mercredi 28 janvier 2009 de 14h00 à 17h00

L'usage de la calculatrice est interdit.

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction, de la clarté et de la précision des raisonnements.

Papier millimétré obligatoire pour l'exercice n°3.

Exercice 1.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $e^{-6x+1} = e^{x+3}$
2. $\left(\frac{5}{2}\right)^{-6x+1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{x+3}$
3. $3^{-6x+1} = 3^{x+3}$
4. $2^{-6x+1} = 5^{x+3}$
5. $\left|\frac{-6x+1}{x+3}\right| = 6$
6. $Ln\left|\frac{6x-1}{x+3}\right| = 0$
7. $Ln|6x-1| = Ln|x+3|$
8. $Ln|6x-1| = Ln(-x-3)$
9. $Ln(6x-1) = Ln(x+3)$
10. $Ln\left(\frac{6x-1}{x+3}\right) = 0$

Exercice 2.

On considère deux urnes: l'urne A contient 5 billes rouges et 3 billes noires; l'urne B contient 1 bille rouge et 2 billes noires.
Un joueur jette un dé équilibré. S'il obtient un 3 ou un 6, il tire une bille de l'urne B et il la met dans l'urne A, puis il tire une bille de l'urne A. Sinon, il tire une bille de l'urne A et il la met dans l'urne B, puis il tire une bille de l'urne B.

On considère les événements suivants :
R_1 : « La boule obtenue au premier tirage est rouge»
R_2 : « La boule obtenue au deuxième tirage est rouge »
A : « Le premier tirage s'effectue dans l'urne A »
B : « Le premier tirage s'effectue dans l'urne B »

1. Calculer $P(A)$ et $P(B)$.
2. Calculer $P(R_1 / A)$ et $P(R_1 / B)$. En déduire $P(R_1)$.
3. Calculer $P(R_2 / A \cap R_1)$ et $P(R_2 / B \cap R_1)$.
4. Calculer la probabilité que les deux billes tirées soient rouges.

Exercice 3

Soit f la fonction définie par :

$$f(x)=\frac{Ln(x)}{x}-\frac{1}{2x}-\frac{3}{2}x+1\text{, pour tout } x\in\left]0,+\infty\right[.$$

On note par (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Etudier les limites de f en 0 et $+\infty$.

2. Démontrerque $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x^2}$, pour tout $x\in\left]0,+\infty\right[$ où $g(x)=-3x^2+3-2Ln(x)$

3. Etudier le sens de variation de g sur $\left]0,+\infty\right[$ et calculer $g(1)$. En déduire le signe de $g(x)$ sur $\left]0,+\infty\right[$.

4. Etudier le sens de variation de f. Déterminer le tableau de variation de f.

5. Démontrer que la courbe (C) admet une asymptote oblique (D) d'équation $y=-\dfrac{3}{2}x+1$.

6. Résoudre l'équation $f(x)=-\dfrac{3}{2}x+1$ dans $\left]0,+\infty\right[$.

7. Déterminer les coordonnées du point d'intersection A de (C) et de (D).

8. Déterminer la position relative de (C) et (D).

9. Tracer la courbe (C) et la droite (D) dans un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unités graphiques $2\,cm$ sur l'axe des abscisses et $1\,cm$ sur l'axe des ordonnées).

10. Soit h la fonction définie sur $\left]0,+\infty\right[$ par $h(x)=\left(Ln(x)\right)^2$.

    - Calculer la dérivée h' de la fonction h.
    - En déduire une primitive de f sur $\left]0,+\infty\right[$.